

## ■Принцип Дирихле■Л2Ш■6 класс■19.09.2019■

### Принцип Дирихле

Если в  $n$  клетках сидят  $n+1$  зайцев, тогда найдется клетка, в которой сидят хотя бы два зайца.

Если в  $n$  клетках сидят  $m$  зайцев, причем  $m > n$ , то хотя бы в одной клетке сидят по крайней мере два зайца.

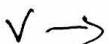
Если в  $n$  клетках сидят  $m$  зайцев, причем  $m < n$ , тогда найдется хотя бы одна пустая клетка.

Обобщённый принцип Дирихле: «Если  $m$  зайцев сидят в  $n$  клетках, то найдется клетка, в которой сидят не меньше чем  $m/n$  зайцев, и найдется клетка, в которой сидят не больше чем  $m/n$  зайцев.

- На 25 страницах книги 102 опечатки. Докажите, что на одной из них не менее 5 опечаток.
- В магазин привезли 25 ящиков яблок трех сортов. В каждом ящике лежат яблоки одного сорта. Продавец утверждает, что у него нет девяти ящиков с яблоками одного сорта. Не ошибся ли он?
- В абсолютно тёмной комнате стоит стеклянная ваза, в которой 10 чёрных и 12 белых шаров. Какое наименьшее число шаров надо вынуть из сосуда, чтобы можно было с уверенностью сказать следующее:
  - а) среди вынутых шаров есть пара шаров одного цвета;
  - б) среди вынутых шаров есть пара чёрных шаров?
- В листе ватмана размером  $40 \times 40$  Петя Иванов проделал шилом 15 дырок. Докажите, что из него можно вырезать лист размером  $10 \times 10$ , в котором нет дырок. (Дырки можно считать точечными)

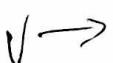


1. У Нasti есть 2019 карандашей. Докажите, что среди них найдется либо 45 разноцветных, либо 46 карандашей одного цвета.
2. Верно ли, что в 6Б классе есть по крайне мере два человека, имеющие одинаковое число друзей в этом классе? Верно ли это для любого класса?



3. Докажите, что:

- а) из любых 7 натуральных чисел можно выбрать три числа, сумма которых делится на 3.
- б) из любых 5 натуральных чисел можно выбрать три числа, сумма которых делится на 3.



4. В хороводе 29 учеников из 6Б класса: 14 девочек и 15 мальчиков. Докажите, что обязательно найдется ученик, рядом с которым стоит девочка и с другой стороны от которого через одного ученика также стоит девочка.

5. Несколько одинаковых ящиков весят вместе 10 т, причём каждый весит не более 1 т. Какого наименьшего числа трёхтонок достаточно, чтобы унести за один раз весь груз?

6. На кружок пришли четыре мальчика из 6А и четыре из 7Б: три Стёпы, три Паши и два Артёма. Могло ли оказаться так, что у каждого из них есть хотя бы один тёзка-одноклассник, пришедший на кружок?



7. Убирая детскую комнату к приходу гостей, мама нашла 9 носков. Среди любых четырёх носков, хотя бы два принадлежали одному ребёнку, а среди любых пяти носков не более трёх имели одного хозяина. Сколько могло быть детей и сколько носков могло принадлежать каждому ребенку?



8. Плоскость раскрашена в два цвета. Докажите, что найдутся две точки одного цвета на расстоянии 1 м друг от друга.