

■ Принцип Дирихле ■ Л2Ш ■ 6 класс ■ 19.09.2019 ■

Принцип Дирихле

Если в n клетках сидит $n+1$ зайцев, тогда найдется клетка, в которой сидят хотя бы два зайца.

Если в n клетках сидит m зайцев, причем $m > n$, то хотя бы в одной клетке сидят по крайней мере два зайца.

Если в n клетках сидит m зайцев, причем $m < n$, тогда найдется хотя бы одна пустая клетка.

Обобщённый принцип Дирихле: «Если m зайцев сидят в n клетках, то найдется клетка, в которой сидят не меньше чем m/n зайцев, и найдется клетка, в которой сидят не больше чем m/n зайцев».

- На 25 страницах книги 102 опечатки. Докажите, что на одной из них не менее 5 опечаток.
- В магазин привезли 25 ящиков яблок трех сортов. В каждом ящике лежат яблоки одного сорта. Продавец утверждает, что у него нет девяти ящиков с яблоками одного сорта. Не ошибся ли он?
- В абсолютно тёмной комнате стоит стеклянная ваза, в которой 10 чёрных и 12 белых шаров. Какое наименьшее число шаров надо вынуть из сосуда, чтобы можно было с уверенностью сказать следующее:
 - а) среди вынутых шаров есть пара шаров одного цвета;
 - б) среди вынутых шаров есть пара чёрных шаров?
- В листе ватмана размером 40x40 Петя Иванов проделал шилом 15 дырок. Докажите, что из него можно вырезать лист размером 10x10, в котором нет дырок. (Дырки можно считать точечными)

+

1. У Насти есть 2019 карандашей. Докажите, что среди них найдется либо 45 разноцветных, либо 45 карандашей одного цвета.

2. Верно ли, что в 6Б классе есть по крайней мере два человека, имеющие одинаковое число друзей в этом классе? Верно ли это для любого класса?

✓ →

3. Докажите, что:

а) из любых 7 натуральных чисел можно выбрать три числа, сумма которых делится на 3.

б) из любых 5 натуральных чисел можно выбрать три числа, сумма которых делится на 3.

✓ →

4. В хороводе 29 учеников из 6Б класса: 14 девочек и 15 мальчиков. Докажите, что обязательно найдется ученик, рядом с которым стоит девочка и с другой стороны от которого через одного ученика тоже стоит девочка.

5. Несколько одинаковых ящиков весят вместе 10 т, причём каждый весит не более 1 т. Какого наименьшего числа трёхтонок достаточно, чтобы увести за один раз весь груз?

6. На кружок пришли четыре мальчика из 6А и четыре из 7Б: три Стёпы, три Паши и два Артёма. Могло ли оказаться так, что у каждого из них есть хотя бы один тезка-одноклассник, пришедший на кружок?

✓ →

7. Убирая детскую комнату к приходу гостей, мама нашла 9 носков. Среди любых четырёх носков, хотя бы два принадлежали одному ребёнку, а среди любых пяти носков не более трёх имели одного хозяина. Сколько могло быть детей и сколько носков могло принадлежать каждому ребёнку?

✓ →

8. Плоскость раскрашена в два цвета. Докажите, что найдутся две точки одного цвета на расстоянии 1 м друг от друга.